La programmation logique par contraintes pour l'aide à l'enseignant

Denis Bouhineau et Stéphane Channac

Laboratoire IMAG - LSR
BP 53 X, 38041 Grenoble Cedex 9
FRANCE

Abstract. Cet article soutient le point de vue que les Environnements Informatisés d'Apprentissage Humain (EIAH) ne considèrent pas assez l'enseignant comme un utilisateur potentiel distinct de l'apprenant. Aussi, le néologisme "préceptoriel" est introduit pour décrire des EIAH ayant une approche centrée sur le professeur.
Le domaine des logiciels de construction de figures géométriques est ensuite pris comme exemple. Une analyse des aides que l'on peut apporter au professeur dans ces logiciels est menée. Elle conduit au problème de la validation des constructions de l'apprenant et de la production de contre-exemples. La notion de contre-exemple est étudiée en vue de son intégration dans un préceptoriel de géométrie à l'aide de la programmation logique par contraintes. Une mise en œuvre informatique est présentée ainsi qu'un exemple d'utilisation.

Mots clés : Spécifications logiques de figures de géométrie, Préceptoriel, Production de contre-exemples, Calculs sur intervalles.

Introduction

Dans leur très grande diversité, les environnements informatisés d'apprentissage humain, dont l'acronyme EIAH est utilisé dans la suite, ont un point commun : ils sont principalement centrés sur l'apprenant. L'enseignant n'est pas toujours oublié, mais un rôle secondaire lui est réservé : celui d'alimenter l'EIAH en situations pédagogiques. Eventuellement, il peut paramétrer la configuration des menus, cf Cabri [Lab95], ou la définition de la théorie de la géométrie utilisée, cf TALC [Des94]. De même, il est symptomatique de constater qu'une très faible partie de l'intelligence des EIAH lui est dévolue. Notre démarche est originale dans la mesure où elle considère que la place de l'enseignant est distincte de celle de l'élève et qu'une partie du système doit être développée à son intention.

Dans la suite, nous nous intéressons aux EIAH de géométrie, et principalement à ceux qui mettent en œuvre des problèmes de constructions géométriques.

Un préceptoriel de géométrie. La liste des termes utilisés pour nommer les EIAH de géométrie est longue : Le terme *tutoriel*, qui a dérivé en *didacticiel*, désigne le plus souvent des EIAH où une situation d'apprentissage dirigiste est proposée à l'apprenant. Des exemples de tuteurs sont donnés en géométrie par Mentoniezh

[Py90], TALC. La notion d'*imagiciel* est plus récente. Elle concerne des systèmes d'exploration de phénomènes réels via une visualisation/modélisation informatique. Le champ d'investigation se situe entre le didactique et l'a-didactique. Enfin la notion de *micro-monde* concerne les environnements où le savoir exploré n'est pas défini au départ. C'est le domaine de l'exploration pure ; celui des situations a-didactiques. Dans ces EIAH, la tâche du système n'est pas de diriger l'élève vers tel ou tel savoir, mais seulement de lui garantir un soutien logistique. Un exemple de micro-monde est donné en géométrie par Cabri.

Nous constatons que la place du professeur n'est pas prise en compte dans cette taxinomie des EIAH. Pour fonder notre approche nous introduisons donc un nouveau terme faisant référence à notre volonté d'introduire le professeur dans notre démarche : le néologisme "*préceptoriel*". La classe des EIAH désignée par ce terme est celle des didacticiels centrés sur l'enseignant.

Un préceptoriel pour qui et pour quoi faire ? L'aide que l'on peut apporter à l'enseignant dans un préceptoriel peut se situer : - en amont, pour la préparation d'une situation de classe, - au cours de sa mise en œuvre, - ou en aval pour analyser les résultats. Nous nous intéressons ici au moment où l'apprenant interpelle l'enseignant au cours de l'expérimentation d'une situation d'enseignement. Dans un intervalle de temps le plus court possible, car c'est un espace critique, l'enseignant doit - comprendre l'historique des opérations de l'élève, - le point où celui-ci est arrivé, - les problèmes qu'il rencontre, - et enfin, après une courte réflexion, il doit donner à l'élève une direction pour résoudre ses problèmes.

Le facteur temps est encore plus crucial dans le cadre d'un télé-enseignement où un enseignant supervise le travail d'un ensemble d'élèves isolés les uns des autres. Dans un tel cadre, la disponibilité du professeur est primordiale, et la mise en place d'une machine partenaire souhaitée cf [Bal95]. Par ailleurs, dans ce même cadre, mais cette fois pour des raisons économiques, la réduction du temps de télé-présence du professeur est d'un intérêt non négligeable.

L'aide qu'un préceptoriel peut proposer au professeur est double : diagnostiquer la production de l'apprenant, et seconder le professeur dans sa recherche de contre-exemples des plus expressifs. Ce dernier point est le but que nous nous sommes fixé en considérant d'une part que la production de contre-exemples doit être effectuée selon un processus où intervient le professeur, et d'autre part qu'il ne s'agit pas de produire un contre-exemple mais un ensemble parmi lequelle le professeur doit pouvoir exercer son choix.

Exemple. Afin de comprendre divers problèmes intervenant dans l'analyse d'une figure et la production de contre-exemples, considérons la situation qui suit. L'exercice soumis à l'élève est la construction d'un carré. Il répond avec la construction :

> *Créer deux points A, et B quelconques, une droite (d) passant par A, et un point C sur (d). Construire la droite (d') passant par C parallèle à (AB), (d'') parallèle à (d) passant par B, D l'intersection de (d') et (d''), et les segments [A, B], [A, C], [C, D], [D, B]. Effacer les droites (d), (d') et (d'').*

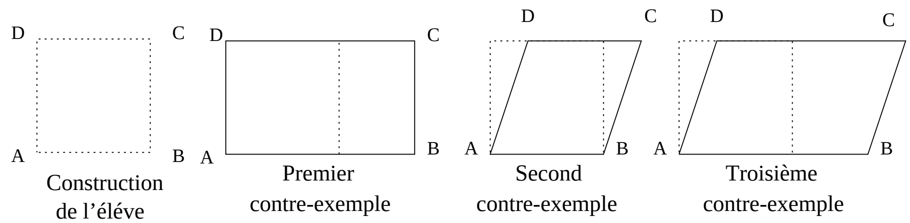

Fig. 1. Construction et contre-exemples

L'élève a construit un parallélogramme à la place du carré demandé, cf figure 1. Visuellement il semble avoir répondu à l'exercice, mais l'analyse du dessin et de sa construction montre que la figure produite ne réalise pas deux propriétés géométriques du carré : la perpendicularité et l'égalité des longueurs de deux côtés consécutifs. Sur le dessin, la perpendicularité est obtenue astucieusement grâce à la pixélisation de l'écran. L'égalité des longueurs est obtenue au jugé. Trois types de contre-exemples peuvent être produits : l'animation horizontale de B met en évidence l'inégalité des longueurs, la rotation de (d) autour de A montre le manque de perpendicularité, et les animations composées de B et de (d) permet de voir la véritable classe des figures construites.

Dans ce qui suit, nous abordons la notion de contre-exemple en géométrie. Dans une seconde partie nous tentons de mettre en lumière les outils, et en particulier la programmation logique par contraintes (PLC) [JM94], qui nous apparaissent adéquats pour produire des contre-exemples. Enfin, nous présentons le prototype que nous avons mis en œuvre et les perspectives de ce travail.

1 Les contre-exemples en géométrie

Tout d'abord, situons notre domaine d'étude, et observons les praticiens.

Définition et analyse de la situation. Notre travail concerne les situations en géométrie où l'élève doit construire, avec un environnement informatisé de construction de figures géométriques, une figure correspondant à un énoncé donné par le professeur. Les bénéfices recherchés par cette construction sont doubles, cf [All90] : - la vérification que l'élève a bien compris les hypothèses et les conclusions du problème, - l'appropriation de la situation géométrique par l'élève. Pour renforcer ce point, l'élève est invité à explorer les déformations de sa figure.

Pour assurer que ces animations parcourent l'ensemble de la classe des figures dont la figure initiale est un exemple, tous les systèmes informatisés de constructions géométriques imposent de nouvelles règles aux utilisateurs. Celles-ci sont reprises par les praticiens de Cabri et enseignées aux élèves. Par exemple, Colette Laborde écrit dans [Act93], "le tracé à l'écran d'un dessin attaché à un objet géométrique doit garder au cours du déplacement ses propriétés spatiales rendant compte des propriétés géométriques de cet objet, il nécessite donc d'être produit par les primitives géométriques.". Comme le remarque Bernard Capponi dans [Act93], "Cet aspect [...] change la nature du travail proposé aux élèves. Ce n'est plus un simple dessin qui doit être réalisé mais ils [les élèves] doivent fournir une description de la construction".

Par conséquent, la production de l'élève est double, elle est visuelle avec le dessin présenté à l'écran, et géométrique avec le procédé de construction proposé. Ces deux aspects doivent être pris en compte dans la suite.

Sur la validité d'une construction. Se pose naturellement le problème de la validation de la construction de l'élève. Dans la très grande majorité des cas, ce travail incombe au professeur. Certains systèmes inscrivent explicitement dans la résolution de l'exercice un appel au professeur pour l'effectuer cf [Ler95].

Pour citer les cas positifs où la vérification d'une production est effectuée par le système on peut parler du prototype TALC, de Cyrille Desmoulins. Ce travail permet de cerner les difficultés et limitations de l'informatisation du pocessus de validation de constructions géométriques. Consciente de l'importance de la tâche de validation, Colette Laborde propose une solution partielle pour Cabri : une validation pragmatique de la construction de l'élève. Celle-ci s'effectue à l'aide d'une macro-construction dont les arguments sont les données du problème et le résultat, la solution du problème. La construction de l'élève est validée si elle se superpose à la construction obtenue par la macro-construction de validation.

En l'absence de vérification automatique, quels sont les outils du professeurs pour détecter une erreur ? On peut reprendre Jean-François Bonnet qui relève dans Cabri trois outils pour le professeur, cf [Act93]: " - la manipulation de tous les objets de base de la figure, - l'utilisation de l'historique, - l'affichage de tous les éléments de la figure". Un préceptoriel peut reposer sur ces trois outils pour diagnostiquer la validité du dessin et produire un contre-exemple.

Qu'est-ce qu'un contre-exemple et comment l'utiliser ? D'une manière générale le contre-exemple est un dessin en relation avec celui de l'élève qui montre l'inadéquation entre la construction géométrique proposée par l'élève et la spécification géométrique attendue par le professeur. Le contre-exemple est visuel.

Le cas le plus courant, celui de la production par l'élève de figures sous-contraintes[1], un contre-exemple peut être obtenu grâce à une animation du dessin de l'élève qui mène à un dessin qui montre visuellement qu'une propriété manque. Plus radicalement, le dessin contre-exemple peut posséder une propriété incompatible avec celle qui manque.

Enfin il convient de relier le contre-exemple au dessin initial de l'apprenant, car comme le remarque Jean-Marie Laborde [Lab95] "...une figure n'est acceptée comme un contre-exemple que si l'utilisateur perçoit le chemin qui conduit de "sa" configuration à celle proposée comme contre-exemple par l'environnement".

[1] Une figure est sous-contrainte si une propriété géométrique manque.

Ce propos s'applique aussi bien au professeur, à qui l'on veut faire des propositions de contre-exemples comme il est décrit dans cet article, qu'à l'élève qui est le bénéficiaire final de la production de contre-exemples. Pour assurer ce lien, un préceptoriel doit pouvoir déformer le dessin de l'apprenant pour atteindre celui du contre-exemple.

2 Outils informatiques disponibles

Cette partie concerne les problèmes de type informatique liés aux propositions d'automatisation du diagnostic et de recherche de contre-exemples.

Comment diagnostiquer une construction ? Le problème de la validité d'une construction vis à vis d'une spécification peut être abordé avec des méthodes géométriques, heuristiques, et combinatoires comme dans TALC, algébriques avec des algorithmes tirés des travaux de Wu, cf [Wu94], numériques exactes en prenant la figure comme modèle minimal, ou numériques approchées correctes. Il s'agit avec chaque méthode d'observer si les propriétés de la spécification sont respectées par la construction proposée et vice-versa.

Le choix le plus immédiat est en faveur des méthodes numériques approchées à base d'arithmétiques sur les intervalles comme le propose la PLC sur intervalles [Ben94], vient ensuite le calcul numérique exact car ces deux méthodes sont correctes, prennent en compte le dessin et sont rapides.

Sur la construction de contre-exemples. La méthode que nous proposons pour mettre en évidence une lacune dans une construction, par rapport à une spécification, consiste, à partir de la spécification de la figure de l'apprenant, à construire un contre-exemple où une propriété antagoniste à celle manquante est ajoutée. Ceci assure la possibilité future de déformer la figure de l'apprenant pour atteindre le contre-exemple.

Deux questions apparaissent naturellement sur le plan informatique, celle du choix de la propriété antagoniste et celle de la construction automatique. En ce qui concerne le choix de la propriété de remplacement, il semble le plus simple de laisser le choix au professeur, le mieux étant de lui proposer une correspondance entre propriété manquante et propriété antagoniste. En ce qui concerne la construction automatique de la figure, c'est un problème plus difficile encore que celui de la validation. Il peut être abordé par les mêmes méthodes : algébriques, géométriques, ou numériques mais les coûts en complexités sont encore pires. Aussi il semble que le seul choix pratique soit les constructions avec des méthodes numériques. La PLC sur les intervalles semble pour ce faire le meilleur candidat sinon le seul.

3 Réalisation

Nous avons développé un prototype, en PrologIII [Col90] et BNR-Prolog [OB94], répondant aux concepts proposés précédemment. Ce prototype, opérationnel, fonctionne sur MacIntosh.

3.1 Architecture générale

Pour concevoir l'architecture de notre prototype, nous avons répondu aux interrogations suivantes :

- Quel outil utiliser pour acquérir et animer les figures ? S'agissant d'enseignement de la géométrie, le logiciel qui s'est imposé naturellement à nous est Cabri-Géomètre, projet IMAG interdisciplinaire informatique et didactique dont nous faisons partie. Ce choix est motivé par l'usage répandu de ce micromonde de géométrie.
- Quel outil utiliser pour le diagnostic de la construction de l'élève ? Le dessin d'une figure étant fourni avec Cabri-Géomètre, il importe d'obtenir une spécification logique de ce dernier afin d'une part de pouvoir construire le cas échéant une figure basée sur la construction de l'élève mettant clairement en évidence ses erreurs, et d'autre part de faciliter un diagnostic formel. Notre choix s'est porté sur le logiciel GéoSpécif [Bou95], le micro-monde de géométrie déclaratif que nous développons en PrologIII, qui intègre un module de communication avec Cabri-Géomètre.
- Quel outil utiliser pour la construction des contre-exemples ? Pour construire automatiquement une figure géométrique à partir d'une spécification logique de celle-ci, nous avons opté pour UniGéom [Cha96]. Ce prototype, développé en BNR-Prolog, aborde le problème de la construction automatique de figures géométriques de manière algébrique. La résolution des systèmes d'équations obtenus est réalisée en usant du paradigme de la programmation logique avec contraintes sur intervalles.

3.2 Réalisation du prototype

Nous explicitons d'une part les phases de l'analyse d'une construction, et d'autre part les choix effectués lors de la réalisation du prototype, en référence à l'architecture que nous venons d'exposer.

Phases d'analyse d'une construction On retrouve numérotées sur la figure 2 les phases de l'analyse d'une construction. Après une phase préliminaire au cours de laquelle le professeur donne une spécification logique du problème, les phases de l'analyse d'une construction sont les suivantes :

1. L'élève construit une figure, à l'aide du logiciel Cabri-Géomètre, supposée répondre à un problème posé.
2. La figure construite est récupérée par le logiciel GéoSpécif, afin d'en obtenir une spécification logique issue de la construction.
3. Le diagnostic de la figure est opéré conformément aux spécifications logiques du problème données par le professeur.
4. Si une erreur est détectée, la spécification logique d'une figure mettant en évidence l'erreur commise est déterminée à partir de la spécification issue de la construction de l'élève.

5. La spécification logique d'un contre-exemple est transmise à UniGéom.
6. UniGéom construit les figures répondant à la spécification logique donnée.
7. GéoSpécif récupère les constructions des contre-exemples proposés.
8. Le professeur commande les animations déterminées à Cabri-Géomètre.

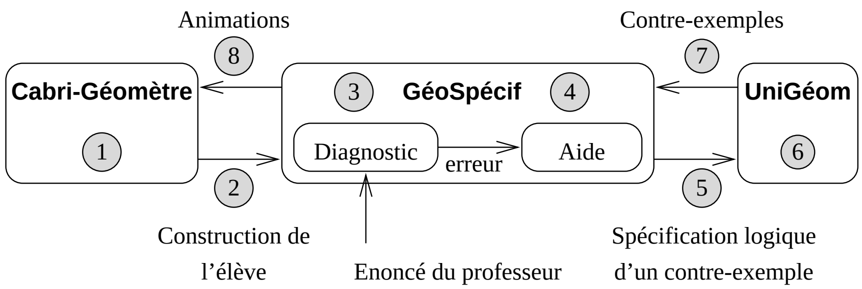

Fig. 2. Architecture générale du système.

Un scénario exemple est présenté au paragraphe 3.3.

Choix retenus pour la conception des composants Pour le composant de diagnostic, les choix concernent :

- La validité de la construction : Les cas d'erreurs détectés sont les cas des sous-spécifications, c'est-à-dire les dessins semblant visuellement corrects mais géométriquement incorrects.
- Le cas des erreurs multiples : Dans la situation où plusieurs erreurs auraient été commises par l'élève, seule la première erreur détectée est mise en évidence.
- Le diagnostic de la construction : L'approche du diagnostic que nous avons choisie est l'approche numérique approchée pour sa simplicité de mise en œuvre et sa rapidité.

Pour le composant d'aide à la construction de contre-exemples, les choix concernent :

- La manière de montrer qu'une propriété n'est pas vérifiée : Le choix de la contrainte antagoniste imposée aux éléments sous-spécifiés pour la construction de contre-exemples est codée dans le système.
- L'animation de la figure : Parmi les différents types d'animations (translation, rotation, homothétie), nous avons considéré de manière implicite que les animations orchestrées sur les éléments de la figure de l'apprenant menant aux contre-exemples sont des translations.

3.3 Exemple de scénario

Enoncé *Construire la médiane du triangle ABC issue du sommet A.*

La spécification logique de ce problème est :

$point(A),\ point(B),\ point(C),\ point(H),$
$droite(A,\ B),\ droite(A,\ C),\ droite(B,\ C),\ droite(A,\ H),$
$H \in (B,\ C),\ |BH| = |CH|.$

1. La construction fournie par l'élève est illustrée en pointillé sur la figure 3. L'erreur commise par l'élève réside dans la confusion entre la notion de hauteur et la notion de médiane dans un triangle.

2. Si le dessin semble répondre au problème, le point H étant proche du milieu du segment $[B,\ C]$, c'est parce qu'il s'agit d'un dessin ou le triangle ABC semble isocèle en A. La construction de l'élève correspond à la spécification logique suivante :

$point(A),\ point(B),\ point(C),\ point(H),$
$droite(A,\ B),\ droite(A,\ C),\ droite(B,\ C),\ droite(A,\ H),$
$H \in (B,\ C),\ (A,\ H) \perp (B,\ C).$

Cette spécification ne répond pas au problème posé. En effet, cette figure est incorrecte d'une part parce qu'elle n'implique pas que le point H soit le milieu du segment $[B,\ C]$, et d'autre part parce qu'elle implique que la droite $(A,\ H)$ est perpendiculaire à la droite $(B,\ C)$.

3. L'étape de diagnostic consiste à déterminer que le point H n'est pas le milieu du segment $[B,\ C]$.

4. Une fois le diagnostic effectué, il s'agit de mettre en évidence l'erreur commise à l'aide d'une animation des éléments de la figure. Afin de montrer clairement l'erreur de l'élève, le système choisit de contraindre le point H à être au dixième de la distance du segment $[B,\ C]$.

5. La spécification logique obtenue du contre-exemple est la suivante :

$point(A),\ point(B),\ point(C),\ point(H),$
$droite(A,\ B),\ droite(A,\ C),\ droite(B,\ C),\ droite(A,\ H),$
$H \in (B,\ C),\ (A,\ H) \perp (B,\ C),\ |BH| = \frac{1}{10}\ |BC|.$

6. L'ajout d'une contrainte à un élément de la figure impliquant la libération d'une autre, le système libère successivement les points de base de la figure afin de permettre la construction des contre-exemples.

7-8. Ainsi, le point A, ou le point B, ou encore le point C sont déplacés suivant l'axe des abscisses ou l'axe des ordonnées, donnant lieu aux constructions rapportées par la figure 3.

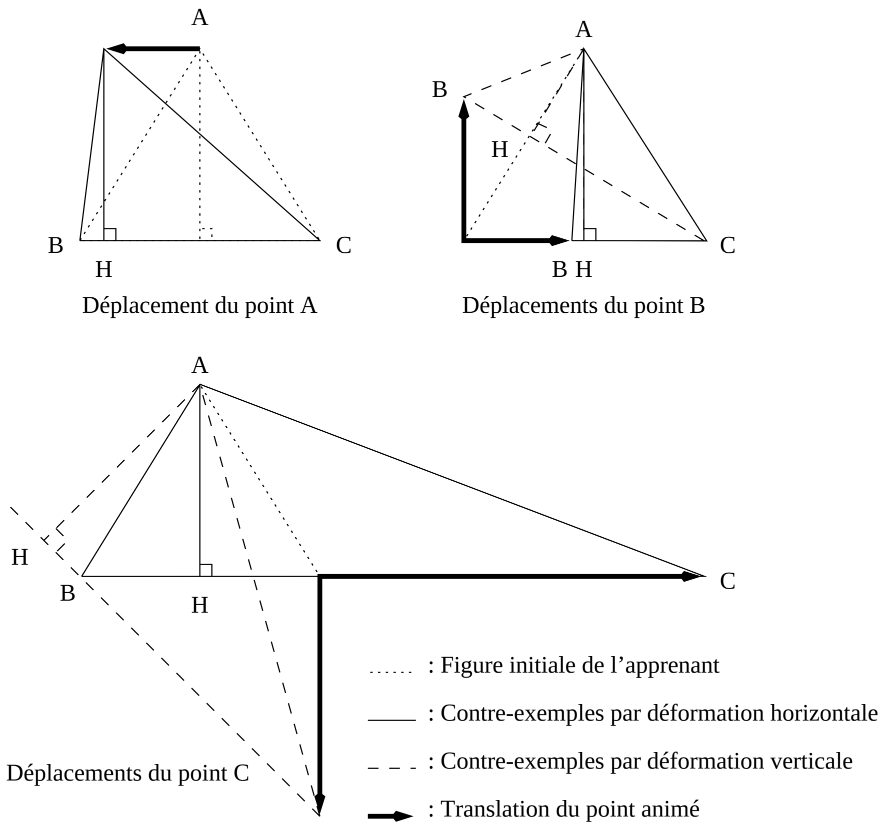

Fig. 3. Animations menant aux contre-exemples.

4 Conclusions et perspectives

Dans cet article, nous avons proposé d'aborder un nouveau concept, celui de préceptoriel. Du constat des insuffisances des différents systèmes tutoriels intelligents, trop centrés sur l'apprenant, nous avons dégagé une approche singulière d'aide à un professeur qui face à la construction d'un élève, cherche à diagnostiquer et éventuellement mettre en évidence les erreurs commises dans la résolution de problèmes géométriques. De l'analyse des différentes notions liées au concept de préceptoriel, nous avons bâti un prototype opérationnel. L'apport des notions de contre-exemples et de déformations de la figure de l'apprenant conclut notre travail avec succès en enrichissant qualitativement le diagnostic textuel.

Les travaux futurs ou amorcés pour améliorer notre prototype concernent :

– La validité de la construction : Gérer le cas des dessins sur-spécifiés, c'est-à-dire montrer qu'un carré est un exemple particulier de rectangle.

- **Le diagnostic** : Combiner à la fois l'approche géométrique formelle et l'approche numérique approchée pour éviter les problèmes de la détermination de l'intervalle de validité du diagnostic.
- **La manière de montrer qu'une propriété n'est pas vérifiée** : Laisser au professeur le soin de définir la contrainte à imposer aux éléments de la construction pour la détermination des contre-exemples selon le type d'erreurs rencontrées pour gagner en paramétrisation.
- **La manière de construire les contre-exemples** : Définir un langage permettant au professeur de spécifier prioritairement les objets d'une construction devant subir une animation.
- **La manière d'animer la figure** : Définir un langage d'animation permettant au professeur de spécifier le type d'animations qu'il souhaite afin d'accroître le caractère cognitif de notre système.

References

[Act93] Acte de l'université d'été : Apprentissage et enseignement de la géométrie avec ordinateur. Utilisation du logiciel Cabri-Géomètre en classe Édition Lsd2-IMAG, IREM/IUFM de Grenoble . Juillet 1993.

[All90] Richard Allen, Pierrick Nicolas et Laurent Trilling, *Figure Correctness in an expert System for Teaching Geometry*, Proceedings of the eight biennial conference of the Canadian society for computer studies of intelligence, Ottawa, 1990.

[Bal95] Nicolas Balacheff, *TéléCabri : principe d'une machine partenaire du formateur dans un contexte d'apprentissage distant utilisant la téléprésence*, 1995.

[Ben94] Frédéric Benhamou. Interval Constraint Logic Programming. *Constraint Programming : Basics and Trends*, pages 1–21, May 1994.

[Bou95] Denis Bouhineau. *Vers une approche déclarative pour les logiciels de dessins géométriques.* IV^{èmes} journées EIAO de Cachan, ed Eyrolles, 1995.

[Cha96] Stéphane Channac. *Techniques d'Intelligence Artificielle pour l'Exécution de Programmes Logiques Géométriques.* II^{èmes} Journées 3IA de Limoges, 1996.

[Col90] Alain Colmerauer. An Introduction to PrologIII. *Communication of the ACM*, 33(7):69–90, July 1990.

[Des94] Cyrille Desmoulins, *Étude et réalisation d'un système tuteur pour la construction de figures géométrique*, Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, 1994.

[JM94] Joxan Jaffar and Michael J. Maher. Constraint Logic Programming : a Survey. *The Journal of Logic Programming*, 19/20:503–581, 1994.

[Lab95] J.M. Laborde, *Des connaissances abstraites aux réalités artificielles, le concept de micromonde Cabri*, IV^{èmes} journées EIAO de Cachan, ed Eyrolles, 1995.

[Ler95] P. Leroux, *Conception et réalisation d'un système coopératif d'apprentissage* , Thèse de L'Université Paris VI, 1995.

[OB94] William J. Older and Frédéric Benhamou. Programming in CLP(BNR). *PPCP'94, Newport*, 1994.

[Py90] Dominique Py, *Reconnaissance de plan pour l'aide à la démonstration dans un tuteur intelligent de la géométrie*, Thèse de Doctorat, Université de Rennes, 1990.

[Wu94] W. Wu, *Mechanical Theorem Proving in Geometries,* Springer-Verlag, 1994.

This article was processed using the LaTeX macro package with LLNCS style